Автономная некоммерческая организация высшего и профессионального образования
«ПРИКАМСКИЙ СОЦИАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ»
(АНО ВПО «ПСИ»)

УТВЕРЖДЕНА
Ученым советом АНО ВПО «ПСИ»
(протокол от 11.06.2025 № 03)
Председатель Ученого совета,
ректор
И.Ф. Никитина

Рабочая программа дисциплины

«Линейная алгебра»

Направление подготовки 38.03.01 Экономика

Профиль – бухгалтерский учет, анализ и аудит

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная, очно-заочная, заочная

Пермь 2025

Рабочая программа дисциплины «Линейная алгебра» (далее – рабочая программа) разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, утвержденным приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 12 августа 2020 г. N 954 (с изменениями, внесенными приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 26.11.2020 N 1456, от 19.07.2022 N 662, от 27.02.2023 N 208).

Автор-составитель:
Могильникова Н.С., старший преподаватель кафедры гуманитарных, естественно-научных и экономических дисциплин

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры гуманитарных, естественно-научных и экономических дисциплин, протокол № 09 от 29 мая 2025 г.

Зав. кафедрой гуманитарных,
естественно-научных
и экономических дисциплин,
к. с.-х. наук, доцент

Я.В. Субботина

СОДЕРЖАНИЕ

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ 4

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ 4

3. КОМПЕТЕНЦИИ ВЫПУСКНИКА, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ 4

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ 5

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ 9

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ 12

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ 21

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ 22

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью изучения курса «Линейная алгебра» является приобретение студентами теоретических знаний по данному разделу высшей математики с тем, чтобы подготовить необходимый фундамент для дальнейшего усвоения ими ряда прикладных задач из теории управления, теории массового обслуживания и т. д.; формирование у студентов научного математического мышления, умения применять математический аппарат для исследований экономических процессов.

Задачи дисциплины:

- ознакомление студентов с экономическими интерпретациями основных математических понятий курса линейной алгебры; алгоритмами, схемами, методами и рекомендациями для решения типовых математически формализованных задач;
- умение решать задачи линейной алгебры с использованием справочной литературы; производить основные операции над матрицами и векторами, решать системы линейных уравнений различными методами, работать с линейными операторами и квадратичными формами; теоретически обосновывать применимость методов решения к типовым задачам курса; проводить самостоятельный поиск и выбор необходимых для решения задач формул, схем, алгоритмов применять нестандартный подход к решению задач и обосновывать ограничения области применения такого подхода; теоретически обосновывать применимость методов решения к типовым задачам курса;
- привитие практических навыков записи текстовых задач в матричной форме, через линейные операторы; проведения самостоятельного поиска и выбора необходимых для решения задач формул, схем, алгоритмов.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Дисциплина «Линейная алгебра» представляет собой дисциплину базовой части блока 1 «Дисциплины (модули)» и обязательна для изучения студентами, обучающимися по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, профиль подготовки: бухгалтерский учет, анализ и аудит (квалификация выпускника «бакалавр»).

Курс «Линейная алгебра» преподается студентам первого курса факультета экономики и управления в течение первого семестра. Знания, полученные студентами при изучении элементарной математики в школьном курсе «Алгебры и начал анализа», должны являться основой, опорой для получения новых знаний по «Линейной алгебре».

Во втором семестре студенты изучают еще один математический курс «Математический анализ», а на 2 курсе – «Теорию вероятностей и математическую статистику». Дисциплины связаны между собой, так как являются разделами высшей математики.

Дисциплина «Линейная алгебра» предваряет такие дисциплины, как «Методы принятия управленческих решений», «Эконометрика», «Статистика», «Исследование систем управления», «Учет и анализ» и др., изучаемые в следующих семестрах.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ВЫПУСКНИКА, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В процессе освоения данной дисциплины выпускник формирует и демонстрирует следующие компетенции при освоении основной образовательной программы высшего образования, реализующей ФГОС ВО:

Общепрофессиональные компетенции:

— способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач (ОПК-2);

— способность выбирать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы (ОПК-3);

Профессиональные компетенции:

расчетно-экономическая деятельность:

— способность на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы рассчитывать экономические и социально-экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов (ПК-2);

— способность выполнять необходимые для составления экономических разделов планов расчеты, обосновывать их и представлять результаты работы в соответствии с принятыми в организации стандартами (ПК-3).

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения дисциплины выпускник должен демонстрировать следующие конечные результаты обучения:

Выпускник должен знать:

- основные понятия и теоремы теории матриц и определителей; методы решения систем линейных уравнений; основы балансового анализа; основные принципы векторного анализа и метода координат; элементы теории линейных пространств и линейных операторов (ОПК-2, ОПК-3, ПК-2, ПК-3).

Выпускник должен уметь:

- выполнять арифметические действия над матрицами и вычислять определители; решить системы линейных уравнений; решить задачу балансового анализа; использовать аппарат теории линейных пространств и линейных операторов для решения прикладных задач; применять методы линейной алгебры для решения экономических задач (ОПК-2, ОПК-3, ПК-2, ПК-3).

Выпускник должен владеть:

- навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач (ОПК-2, ОПК-3, ПК-2, ПК-3).

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часов.

Очная форма обучения (срок обучения 4 года)

№ п.п	Разделы, темы дисциплины	Трудоемкость / аудиторные занятия	Интерактивные формы обучения	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов			Формы текущего контроля успеваемости. Форма промежуточной аттестации
				лекции	практика / семинары	самост. работа	
1	Матрицы и определители	36/16	Интерактивная лекция (Лекция-беседа) – 2ч.	8	8	20	О, ПЗ

2	Системы линейных уравнений	36/16	Интерактивная лекция (Лекция-беседа) – 2ч.	6	10	20	О, ПЗ, Т
3	Балансовый анализ	26/10	Работа в малых группах – 4ч.	4	6	16	О, ПЗ, КЗ
4	Векторная алгебра	34/14	Интерактивная лекция (Лекция-беседа) – 2ч.	6	8	20	О, ПЗ, Т
5	Линейные пространства и линейные операторы	32/12	Работа в малых группах – 4ч.	4	8	20	О, ПЗ, КЗ
6	Прямые и плоскости	24/10	Интерактивная лекция (Лекция-беседа) – 2ч.	4	6	14	О, ПЗ, Т
7	Кривые второго порядка	28/12	Интерактивная лекция (Лекция-беседа) – 2ч.	4	8	16	О, ПЗ, Т, КЗ
	Итого:	**216/90**	**18**	**36**	**54**	**126**	**Экзамен**

Заочная форма обучения (срок обучения 5 лет, 3 года и 6 мес.)

№ п.п	Разделы, темы дисциплины	Трудоемкость / аудиторные занятия	Интерактивные формы обучения	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов			Формы текущего контроля успеваемости. Форма промежуточной аттестации
				лекции	практика / семинары	самост. работа	
1	Матрицы и определители	29/3	-	1	2	26	О, ПЗ
2	Системы линейных уравнений	30/4	Групповая дискуссия – 2ч.	2	2	26	О, ПЗ, Т
3	Балансовый анализ	35/3	Работа в малых группах –	1	2	32	О, ПЗ, КЗ

			2ч.				
4	Векторная алгебра	31/3	Групповая дискуссия – 2ч.	1	2	28	О, ПЗ, Т
5	Линейные пространства и линейные операторы	35/3	Работа в малых группах – 2ч.	1	2	32	О, ПЗ, защита выполнения контрольной работы
6	Прямые и плоскости	28/2	Групповая дискуссия – 2ч.	1	2	26	О, ПЗ, Т,КЗ
7	Кривые второго порядка	28/2	Групповая дискуссия – 2ч.	1		26	О, ПЗ, Т, защита контрольной работы
	Итого	**216/20**	**12**	**8**	**12**	**196**	**Экзамен**

О - опрос (устный, письменный)
Т - тестирование
КЗ - контрольное задание (устное, письменное)
ПЗ – решение практических задач

Структурные параметры формирования у студентов комплекса общепрофессиональных и профессиональных компетенций

Темы дисциплины	Количество часов (очная/заочная)	Коды компетенций	Общее количество компетенций
	лекции, практические занятия, самостоятельная работа		
1. Матрицы и определители	8; 8; 20 / 1; 2; 26	(ОПК-2, ОПК-3, ПК-2, ПК-3)	4
2. Системы линейных уравнений	6; 10; 20 / 2; 2; 26	(ОПК-2, ОПК-3, ПК-2, ПК-3)	4
3. Балансовый анализ	4; 6; 16 / 1; 2; 32	(ОПК-2, ОПК-3, ПК-2, ПК-3)	4
4. Векторная алгебра	6; 8; 20 / 1; 2; 28	(ОПК-2, ОПК-3, ПК-2, ПК-3)	4
5. Линейные пространства и линейные операторы	4; 8; 20 / 1; 2; 32	(ПК-2, ПК-3)	2
6. Прямые и плоскости	4; 6; 14 / 1; 1; 26	(ОПК-2, ОПК-3, ПК-2, ПК-3)	4
7. Кривые второго порядка	4; 8; 16 / 1; 1; 26	(ПК-2, ПК-3)	2

4.1. Содержание разделов дисциплины

Тема 1. Матрицы и определители

1. Понятие матрицы. Основные определения. Действия над матрицами и их свойства. Применение матриц при решении экономических задач.
2. Определители квадратных матриц. Свойства определителей.
3. Обратная матрица. Линейная зависимость строк матрицы. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к ступенчатому виду.
4. Ранг матрицы.

Тема 2. Системы линейных уравнений

1. Критерий совместности неоднородной системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Квадратные неоднородные системы линейных уравнений. Метод обратной матрицы и формулы Крамера. Правило отыскания решений общей системы линейных уравнений.
2. Нахождение решений произвольной системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Критерий нетривиальной совместности однородной системы линейных уравнений. Свойства решений.
3. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Структура общего решения. Структура общего решения неоднородной системы линейных уравнений.

Тема 3. Балансовый анализ

1. Постановка задачи межотраслевого баланса.
2. Критерии продуктивности технологической матрицы.
3. Экономический смысл матрицы полных затрат.

Тема 4. Векторная алгебра

1. Понятие вектора. Основные определения. Линейные операции над векторами. Коллинеарные и компланарные векторы.
2. Прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Координаты вектора и точки. Координаты суммы векторов и произведения вектора на число. Условие коллинеарности двух векторов.
3. Длина вектора. Расстояние между двумя точками. Скалярное произведение двух векторов. Основные свойства. Выражение скалярного произведения через прямоугольные координаты.
4. Векторное произведение двух векторов. Выражение векторного произведения через прямоугольные координаты.
5. Смешанное произведение векторов. Геометрические приложения

Тема 5. Линейные пространства и линейные операторы

1. Понятие линейного пространства. Линейная зависимость элементов линейного пространства. Базис линейного пространства. Размерность линейного пространства. Изоморфизм.
2. Понятие линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Модель международной торговли.

Тема 6. Прямые и плоскости

1. Уравнения прямой на плоскости. Нормальный вектор прямой. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Точка пересечения прямых.
2. Плоскости в пространстве. Уравнения плоскости в пространстве. Нормальный вектор плоскости. Расстояние точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
3. Взаимное расположение прямой и плоскости.

Тема 7. Кривые второго порядка

1. Эллипс. Фокальное свойство эллипса.
2. Гипербола. Фокальное свойство гиперболы.
3. Парабола.

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации программы дисциплины используются различные образовательные технологии.

Образовательные технологии, используемые при реализации различных видов учебной работы по дисциплине «Линейная алгебра» предусматривают широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий.

На практических занятиях используются технологии групповой работы, уровневой дифференциации обучения, индивидуализации обучения, работа в малых группах.

В учебном процессе широко применяются компьютерные технологии. Отдельные занятия проводятся в компьютерном классе с интерактивной доской.

Создана система тестовых контрольных заданий, позволяющая осуществлять фронтальный контроль знаний на каждом практическом занятии. В результате студент получает оценку каждом занятии, которая заносится в журнал.

Методы изучения дисциплины:

1) Индуктивный (проблемный) метод – изложение примеров (по исходным данным, случайно составленным студентами), а потом – предложение (сильным студентам) сформулировать общее правило (на лекциях).

2) Дедуктивный метод – доказательство теорем и вывод следствий из них (на лекциях).

3) Интерактивный метод – предложение студентам сделать необходимые выкладки и обсуждение отдельных результатов (сильных студентов) со всеми студентами (на семинарских занятиях).

Лекционные и практические занятия могут проходить в традиционной и интерактивной форме – тестирования, работы в малых группах.

Аудиторные занятия проводятся в виде лекций и практических занятий.

Большинство лекций имеют компьютерные презентации с использованием мультимедиа, ПК и компьютерного проектора.

При проведении практических занятий используются активные и интерактивные формы проведения занятий (работа в малых группах, интерактивные лекции (Лекции-беседы), групповые дискуссии).

Самостоятельная работа студентов обеспечивается методическими рекомендациями, учебной и дополнительной литературой, официальными, справочно-библиографическими и специализированными периодическими изданиями, доступом к электронно-библиотечной системе.

5.1. Основные темы практических занятий (очное обучение)

(ОПК-2, ОПК-3, ПК-2, ПК-3)

Тема 1. Матрицы и определители (8 часов)

Практическое занятие 1

Вычисление определителей второго, третьего, n-го порядков с помощью свойств определителей. Разложение определителя по элементам какого-либо ряда.

Практическое занятие 2

Действия над матрицами (сложение, вычитание, умножение матрицы на число, умножение двух матриц, транспонирование матриц).

Практическое занятие 3

Вычисление обратной матрицы. Линейная зависимость строк матрицы. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к ступенчатому виду

Практическое занятие 4

Определение ранга матрицы.

Тема 2. Системы линейных уравнений (10 часов)

Практическое занятие 1

Решение систем линейных уравнений методом Крамера.

Практическое занятие 2

Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

Практическое занятие 3

Решение систем линейных уравнений матричным методом.

Практическое занятие 4

Решение однородной системы линейных уравнений различными методами.

Практическое занятие 5

Решение неоднородной системы линейных уравнений различными методами.

Тема 3. Балансовый анализ (6 часов)

Практическое занятие 1

Задачи межотраслевого баланса.

Практическое занятие 2

Продуктивности технологической матрицы.

Практическое занятие 3

Нахождение матрицы полных затрат.

Тема 4. **Векторная алгебра (8 часов)**

Практическое занятие 1

Длина вектора. Угол между векторами. Расстояние между двумя точками. Проекция вектора на ось. Скалярное произведение векторов.

Практическое занятие 2

Векторное произведение двух векторов. Выражение векторного произведения через прямоугольные координаты.

Практическое занятие 2

Разложение вектора по системе векторов. Определение линейной зависимости и линейной независимости системы векторов.

Практическое занятие 2

Определение базиса и ранга системы векторов. Смешанное произведение векторов.

Тема 5. Линейные пространства и линейные операторы (8 часов)

Практическое занятие 1

Решение задач на линейные операторы.

Практическое занятие 2

Нахождение подпространств линейных пространств.

Практическое занятие 3

Нахождение матриц линейных операторов.

Практическое занятие 4

Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.

Тема 6. Прямые и плоскости (6 часов)

Практическое занятие 1

Составление уравнений прямой на плоскости, вычисление расстояния от точки до прямой, угла между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Точка пересечения прямых.

Практическое занятие 2

Уравнения плоскости в пространстве. Определение расстояния от точки до плоскости, угла между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.

Практическое занятие 3

Взаимное расположение прямой и плоскости.

Тема 7. Кривые второго порядка (8 часов)

Практическое занятие 1

Построение эллипса и нахождение его элементов.

Практическое занятие 2

Построение гиперболы и нахождение ее элементов.

Практическое занятие 3

Построение параболы и нахождение ее элементов.

Практическое занятие 4

Общее уравнение кривых второго порядка. Определение вида кривой.

5.2. Основные темы практических занятий (заочное обучение - 5 лет; 3 года и 6 мес.)

(ОПК-2, ОПК-3, ПК-2, ПК-3)

Тема 1. Матрицы и определители (2 часа)
Практическое занятие 1

Вычисление определителей второго, третьего, n-го порядков с помощью свойств определителей. Разложение определителя по элементам какого-либо ряда. Действия над матрицами.

Тема 2. Системы линейных уравнений (2 часа)
Практическое занятие 1

Решение систем линейных уравнений различными методами.

Тема 3. Балансовый анализ (2 часа)
Практическое занятие 1

Задачи межотраслевого баланса. Нахождение матрицы полных затрат.

Тема 4. **Векторная алгебра (2 часа)**
Практическое занятие 1

Длина вектора. Угол между векторами. Расстояние между двумя точками. Скалярное произведение векторов. Определение линейной зависимости и линейной независимости векторов.

Тема 5. Линейные пространства и линейные операторы (2 часа)
Практическое занятие 1

Нахождение матриц линейных операторов. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.

Тема 6. Прямые и плоскости (1 час).
Тема 7. Кривые второго порядка (1 час).
Практическое занятие 1

Составление уравнений прямых и кривых второго порядка.

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

В течение преподавания учебной дисциплины во время экзаменационной сессии в качестве форм текущего контроля успеваемости студентов используются такие формы как:

- контроль при чтении лекции,
- устный опрос,
- решение задач на практических занятиях,
- выполнение заданий в малых группах,
- контрольная работа (выполняются студентами заочной формы обучения),
- тестирование (при проведении практических занятий для студентов очной формы обучения), экспресс-тест (при проведении практических занятий для студентов заочной формы обучения).

Форма промежуточной аттестации - экзамен.

Фонд оценочных средств представлен отдельным приложением к рабочей программе дисциплины.

Текущий контроль
6.1. Типовой вариант теста

1. Отличие матрицы от определителя:
а) нет различий;
б) по форме представления;
в) матрица – таблица, определитель – число.

2. Для какой матрицы существует обратная к ней:
а) прямоугольной;
б) квадратной;
в) произвольной.

3. Квадратная матрица называется невырожденной, если ее определитель:
а) равен нулю;
б) отличен от нуля;
в) величина определителя не имеет значения.

4. Базисный минор – это минор:
а) произвольно составленный;
б) окаймляющий какой-то элемент;
в) состоящий из базисных строк и столбцов.

5. Присоединенная матрица строится из:
а) алгебраических дополнений;
б) миноров;
в) определителей.

6. Найдите матрицу *X*, если известно, что:

$$X*\begin{pmatrix}6 & 8\\ 1 & 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}20 & 34\\ 33 & 77\end{pmatrix}$$

Ответы:

а) $X=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 4 & 9\end{pmatrix}$ б) $X=\begin{pmatrix}8 & 5\\ 3 & 7\end{pmatrix}$

в) $X=\begin{pmatrix}3 & 6\\ 4 & 1\end{pmatrix}$ г) $X=\begin{pmatrix}5 & 1\\ 3 & 4\end{pmatrix}$

7. Найдите матрицу X, если известно, что:

$$\begin{pmatrix}3 & 7\\ 5 & 12\end{pmatrix}+X=\begin{pmatrix}8 & 3\\ 1 & 20\end{pmatrix}$$

Ответы:

а) $X=\begin{pmatrix}5 & 4\\ 4 & 11\end{pmatrix}$ б) $X=\begin{pmatrix}5 & -4\\ -4 & 8\end{pmatrix}$

в) $X=\begin{pmatrix}0 & 5\\ 8 & 3\end{pmatrix}$ г) $X=\begin{pmatrix}-5 & 1\\ 3 & 7\end{pmatrix}$

8. Найдите транспонированную матрицу по отношению к матрице $\begin{pmatrix} 4 & -3 & 6 \\ 8 & 6 & 5 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$:

а) $\begin{pmatrix} 4 & 3 & -1 \\ 8 & 6 & 5 \\ 0 & -3 & 6 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 8 & 6 & 5 \\ 0 & 3 & -1 \\ 4 & -3 & 6 \end{pmatrix}$

в) $\begin{pmatrix} 4 & 8 & 0 \\ -3 & 6 & 3 \\ 6 & 5 & -1 \end{pmatrix}$ г) $\begin{pmatrix} 6 & -3 & 4 \\ 5 & 6 & 8 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

9. Матрицу $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ возвели в степень n, и получилась матрица $\begin{pmatrix} 35 & 126 \\ 42 & 161 \end{pmatrix}$. Чему равно n?

а) 4; б)2; в) 3; г)5.

10. Сопоставьте матрицу и её вид:

1) $\begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 \\ 0 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 4 & 6 & 0 \\ 7 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

а) Диагональная б) Ступенчатая

в) Единичная г) Треугольная

11. Ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 1 & 5 & 10 \\ 3 & 3 & 14 \\ 5 & 10 & 30 \end{pmatrix}$ равен:

а) 2; б) 1; в) 4; г) 3 $\begin{pmatrix} 1 & 8 & 6 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

12. Произведение матрицы на транспонированную по отношению к ней матрицу равно:

а) $\begin{pmatrix} 101 & 43 \\ 43 & 29 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 130 & 43 \\ 43 & 72 \end{pmatrix}$

в) $\begin{pmatrix} 43 & 101 \\ 43 & 29 \end{pmatrix}$ г) $\begin{pmatrix} 43 & 29 \\ 101 & 43 \end{pmatrix}$

13. Найдите x, если известно, что определитель матрицы $\begin{pmatrix} 5 & -3 & 0 \\ x-3 & 2 & 4 \\ 7 & x-5 & 6 \end{pmatrix}$ равен 4:

а) 3; б) 4; в)7; г) 1.

6.2. Типовой вариант экспресс-теста

Экспресс-тест.

1. ***Определитель изменяет знак при:***
   а) вынесении общего множителя строки за знак определителя;
   б) транспонировании;
   в) перестановке двух строк.

2. ***Определитель равен нулю если:***
   а) все строки различны;
   б) имеются одинаковые строки.

3. ***Отличие минора от алгебраического дополнения:***
   а) нет различий;
   б) конкретным значением;
   в) наличием знака.

4. ***Вычислить значение определителя:***

$$A=\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ 1 & 2 & 3\end{vmatrix}$$

   а) положительное;
   б) отрицательное;
   в) нулевое.

5. ***Вычислить значение определителя:***

$$A=\begin{vmatrix}3 & 2 & 4\\ 6 & 4 & 8\\ 5 & 7 & 9\end{vmatrix}$$

   а) положительное;
   б) отрицательное;
   в) нулевое.

6.3. Решение задач на практических занятиях (типовые задачи)

Задание 1. Вычислить определитель:

1. $\begin{vmatrix}2 & -1 & 4\\ 7 & 2 & 3\\ 3 & -2 & 1\end{vmatrix}$
2. $\begin{vmatrix}2 & -3 & 1\\ 6 & -6 & 2\\ 2 & -1 & 2\end{vmatrix}$
3. $\begin{vmatrix}12 & 6 & -4\\ 6 & 4 & 4\\ 3 & 2 & 8\end{vmatrix}$
4. $\begin{vmatrix}1 & 2 & 5\\ 3 & -4 & 7\\ -3 & 12 & -15\end{vmatrix}$
5. $\begin{vmatrix}3 & 4 & -5\\ 3 & 7 & -2\\ 2 & -1 & 8\end{vmatrix}$
6. $\begin{vmatrix}4 & -3 & 5\\ 3 & -2 & 8\\ 1 & -2 & 5\end{vmatrix}$
7. $\begin{vmatrix}3 & -1 & 5\\ 1 & 2 & 4\\ 3 & 2 & -1\end{vmatrix}$
8. $\begin{vmatrix}4 & 12 & 5\\ 8 & 6 & 3\\ 7 & 4 & 2\end{vmatrix}$
9. $\begin{vmatrix}4 & -8 & -5\\ -4 & 7 & -1\\ -3 & 5 & 1\end{vmatrix}$
10. $\begin{vmatrix}2 & 5 & 7\\ 6 & 3 & 4\\ 5 & -2 & -3\end{vmatrix}$

Задание 2. Даны матрицы A и B. Вычислить $A^2+2AB-BA$

1. $A=\begin{pmatrix}1&-3&3\\-2&-6&13\\-1&-4&8\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}3&2&0\\2&1&4\\-1&2&2\end{pmatrix}$

2. $A=\begin{pmatrix}4&-5&7\\1&-4&9\\-4&0&5\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}-3&-3&2\\3&-3&2\\1&-4&1\end{pmatrix}$

3. $A=\begin{pmatrix}5&6&3\\-1&0&1\\1&2&-1\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}1&2&4\\-1&2&1\\-1&3&2\end{pmatrix}$

4. $A=\begin{pmatrix}4&-5&2\\5&-7&3\\6&-9&4\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}3&1&2\\2&3&4\\3&0&1\end{pmatrix}$

5. $A=\begin{pmatrix}2&-1&2\\5&-3&3\\-1&0&-2\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}1&0&1\\1&-1&3\\-1&3&3\end{pmatrix}$

6. $A=\begin{pmatrix}0&1&0\\-3&4&0\\-2&1&2\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}1&1&3\\-4&5&0\\2&2&5\end{pmatrix}$

7. $A=\begin{pmatrix}7&0&0\\10&-19&10\\12&-24&13\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}2&0&1\\1&1&3\\1&0&1\end{pmatrix}$

8. $A=\begin{pmatrix}3&1&0\\-4&-1&0\\4&-8&-2\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}0&3&3\\-1&0&2\\1&3&2\end{pmatrix}$

9. $A=\begin{pmatrix}2&-1&2\\5&-3&3\\-1&0&-2\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}1&1&3\\-4&5&0\\2&2&5\end{pmatrix}$

10. $A=\begin{pmatrix}5&6&3\\-1&0&1\\1&2&-1\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}0&3&3\\-1&0&2\\1&3&2\end{pmatrix}$

Задание 3. Решите систему линейных уравнений:

a) методом Гаусса,
b) матричным методом,
c) по правилу Крамера.

1. $\begin{cases}2x-3y+z=-7,\\x+2y-3z=0,\\3x-y+4z=-1.\end{cases}$

2. $\begin{cases}x+2y-4z=8,\\-2x-y+3z=-6,\\5x+3y-z=14.\end{cases}$

3. $\begin{cases}x+y+2z=2,\\2x-y+3z=2,\\4x+y+4z=9.\end{cases}$

4. $\begin{cases}3x-y+5z=-5,\\x+2y+4z=3,\\3x+y+z=5.\end{cases}$

5. $\begin{cases}6x-2y+z=-13,\\2x+y-3z=4,\\x-2y+5z=-15.\end{cases}$

6. $\begin{cases}4x-3y+z=-11,\\2x+y+3z=-3,\\x-3y+2z=-9.\end{cases}$

7. $\begin{cases}3x-5y-6z=-13,\\2x+3y-4z=4,\\x-9y+z=-19.\end{cases}$

8. $\begin{cases}2x-3y-3z=12,\\x+y+5z=-3,\\3x-2y+3z=8.\end{cases}$

9. $\begin{cases}2x-4y+3z=-1,\\3x-y+4z=-10,\\x+5y-z=-7.\end{cases}$

10. $\begin{cases}2x-y+3z=-4,\\x+4y+2z=-6,\\3x-2y+z=-9.\end{cases}$

Задание 4. Даны векторы $\bar{a}$, $\bar{b}$ и $\bar{c}$. Найдите:

а) скалярное произведение векторов $\bar{a} \cdot \bar{b}$;
б) векторное произведение векторов $\bar{a} \times \bar{b}$;
в) смешанное произведение векторов $(\bar{a} \times \bar{b}) \cdot \bar{c}$;
г) проекцию вектора $\bar{b}$ на вектор $\bar{a}$;
д) площадь треугольника, построенного на векторах $\bar{a}$, $\bar{b}$;
е) объем пирамиды, построенной на векторах $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$.

1. $\bar{a} = \overline{AB}$, A(1; 2; 21), B(21; 0; 1), $\bar{b} = 2\bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$, $\bar{c} = (1; 2; 0)$.
2. $\bar{a} = (1; 1; 1)$, $\bar{b} = \overline{BC}$, B(0; 1; 2), C(2; 21; 0), $\bar{c} = 2\bar{j} - \bar{k}$.
3. $\bar{a} = -\bar{i} + 2\bar{j}$, $\bar{b} = (-1; 2; -1)$, $\bar{c} = \overline{CD}$, C(0; 2; 21), D(21; 22; 21).
4. $\bar{a} = \overline{LN}$, L(1; 2; 3), N(21; 2; 0), $\bar{b} = -\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}$, $\bar{c} = (2; 3; -1)$.
5. $\bar{a} = (-2; 0; 3)$, $\bar{b} = \bar{j} - 2\bar{k}$, $\bar{c} = \overline{AB}$, A(0; 22; 1), B(1; 2; 21).
6. $\bar{a} = 3\bar{i} + 2\bar{j} - \bar{k}$, $\bar{b} = (2; -1; 0)$, $\bar{c} = \overline{CD}$, C(0; 2; 3), D(2; 21; 21).
7. $\bar{a} = \overline{AB}$, A(2; 22; 2), B(1; 0; 21), $\bar{b} = -2\bar{j} + 3\bar{k}$, $\bar{c} = (1; 1; -1)$.
8. $\bar{a} = -\bar{i} + 2\bar{j} + 4\bar{k}$, $\bar{b} = \overline{MN}$, M(3; 1; 22), N(0; 21; 22), $\bar{c} = (0; -1; -3)$.
9. $\bar{a} = (-1; 3; 4)$, $\bar{b} = \overline{AB}$, A(22; 1; 3), B(1; 0; 23), $\bar{c} = -\bar{i} - \bar{j} + 2\bar{k}$.
10. $\bar{a} = \overline{MN}$, M(22; 3; 4),N(0; 22; 3), $\bar{b} = -2\bar{i} + 3\bar{j}$, $\bar{c} = (2; 3; -4)$.

Задание 5. Заданы координаты вершин пирамиды ABCD.

1. Составьте:
а) уравнение плоскости, проходящей через точки A, B, C;
б) уравнение прямой, проходящей через точки A, B;
в) уравнение прямой, проходящей через точку D, перпендикулярно плоскости (ABC).
2. Найдите:
а) длину ребра AB;
б) угол между ребрами AB и AD;
в) угол между ребром AD и гранью ABC.

1. A(3; 5; 4),	B(8; 7; 4),	C(5; 10; 4),	D(4; 7; 8).
2. A(2; 0; 0),	B(1; 0; 1),	C(0; 21; 0),	D(1; 21; 1).
3. A(7; 7; 3),	B(6; 5; 8),	C(3; 5; 8),	D(8; 4; 1).
4. A(0; 1; 0),	B(1; 0; 0),	C(21; 21; 1),	D(2; 2; 1).
5. A(10; 6; 6),	B(22; 8; 2),	C(6; 8; 9),	D(7; 10; 3).
6. A(4; 2; 5),	B(0; 7; 2),	C(0; 2; 7),	D(1; 5; 0).
7. A(4; 4; 10),	B(4; 10; 2),	C(2; 8; 4),	D(9; 6; 4).
8. A(1; 1; 0),	B(0; 1; 2),	C(1; 0; 21),	D(21; 2; 1).
9. A(21; 2; 21),	B(1; 1; 2),	C(0; 2; 1),	D(2; 21; 22).
10. A(1; 8; 2),	B(5; 2; 6),	C(5; 7; 4),	D(4; 10; 9).

Задание 6. Задачи на уравнения прямой.

1. Точка C(21; 3) – вершина прямого угла равнобедренного прямоугольного треугольника, гипотенуза которого задана уравнением $3x - 4y - 12 = 0$. Найдите уравнения катетов этого треугольника.

2. Заданы уравнение стороны прямоугольника $3x-4y+5=0$ и две его вершины A(1; 23) и C(1; 2). Найдите уравнения остальных сторон прямоугольника.

3. Заданы A(1; 3) 2 вершина треугольника ABC и уравнения двух медиан $x-2y+1=0$ и $y-1=0$. Найдите уравнения сторон треугольника.

4. Составьте уравнения прямых, проходящих через точку M(2; 23) и образующих угол 45° с прямой $2x-3y+6=0$.

5. Точки A(23; 22), B(4; 21), C(1; 3) – вершины трапеции ABCD (AD||BC). Диагонали трапеции взаимно перпендикулярны. Найдите координаты вершины D этой трапеции.

6. Точки A(3; 4), B(21; 2), C(2; 21) – вершины треугольника. Найдите уравнение медианы, проведенной из вершины A, и уравнение средней линии, параллельной стороне BC.

7. Заданы уравнения двух сторон параллелограмма $x-2y=0$, $x-y-1=0$ и точка пересечения диагоналей A(3; 21). Найдите уравнения двух других сторон.

8. Найдите координаты центра и радиус окружности, проходящей через точки A(1; 5), B(24; 0), C(4; 24).

9. В треугольнике ABC заданы уравнения стороны AB $x+7y-6=0$ и биссектрис AD $x+y-2=0$ и BE $x-3y-6=0$. Найдите координаты вершин.

10. Найдите координаты точки A, симметричной точке B(23; 1) относительно прямой $2x-y+1=0$.

Задание 7. Уравнение кривой второго порядка путем выделения полного квадрата привести к каноническому виду. Построить кривую.

1. а) $x^2-4x-5=y$,

2. а) $y^2+xy=0$,

3. а) $x=2y^2-12y+14$,

4. а) $x^2=2-y$,

5. а) $y^2=6x-12$,

6. а) $y=-x^2+4x$,

7. а) $y^2+4y-2x+2=0$,

8. а) $2x^2+y^2-2=0$.

9. а) $x^2+y^2-10x=0$.

10. а) $x^2+y^2+6y=0$.

б) $2x^2+2y^2-4x+y=0$.

б) $8x^2+4y^2=32$.

б) $16x^2-9y^2=144$.

б) $x^2+6xy+9y^2=16$,

б) $x^2+y^2-4x+2y+5=0$,

б) $x^2+y^2-8x=0$,

б) $x^2-y^2=0$.

б) $x^2+y=2x$.

б) $3x^2 + 4y^2 - 12 = 0$.

б) $x = -4y^2 + y$

6.4. Вопросы для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов

1. Понятие матрицы. Основные определения.
2. Действия над матрицами и их свойства.
3. Определители квадратных матриц. Свойства определителей.
4. Обратная матрица.
5. Ранг матрицы.
6. Системы линейных уравнений. Основные понятия.
7. Теорема Кронекера-Капелли.
8. Правило Крамера.
9. Метод Гаусса.
10. Критерий существования ненулевого решения однородной системы линейных уравнений. Свойство решений.
11. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Структура общего решения.
12. Структура общего решения неоднородной системы линейных уравнений.
13. Балансовый анализ (модель многоотраслевой экономики).
14. Понятие вектора. Линейные операции над векторами.
15. Коллинеарные и компланарные векторы.
16. Прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Координаты вектора и точки.
17. Длина вектора и расстояния между двумя точками.
18. Скалярное произведение двух векторов. Основные свойства.
19. Векторное произведение двух векторов. Основные свойства.
20. Понятие линейного пространства. Базис и размерность.
21. Понятие линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
22. Различные виды уравнений прямой на плоскости.
23. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
24. Нормальный вектор прямой. Расстояния от точки до прямой.
25. Уравнения плоскости в пространстве.
26. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
27. Нормальный вектор плоскости. Расстояния от точки до плоскости.
28. Кривые второго порядка.

6.5. Контрольная работа для студентов заочной формы обучения

Условия задач, входящих в контрольную работу, одинаковы для всех студентов, однако, числовые данные задач зависят от личного шифра студента, выполняющего работу. Личный шифр студента устанавливает преподаватель, выдающий задание на контрольную работу.

1.Дан треугольник АВС с вершинами А (m+1; n+1), В (m; -n), и С (-m; n). Найти:

1) длину стороны АВ;
2) уравнение сторон АВ и АС и их угловые коэффициенты;

3) внутренний угол А;
4) уравнение высоты СД и ее длину;
5) уравнение окружности, для которой высота СД есть диаметр;

2.Составить уравнение линии, для каждой точки которой отношение расстояний до точки А (n; 0) и до прямой x = m равно числу $E = \frac{1}{2}$. Привести это уравнение к каноническому виду, определить тип кривой и построить кривую.

3.Точки заданы своими координатами А (-n; m;1);
В (n; m;2); С (n-1; m+1;3). Требуется:

1) Записать векторы $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$ в системе орт и найти модули этих векторов;
2) Найти угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$;
3)Составить уравнение плоскости, проходящей через точку С перпендикулярно вектору $\overline{AB}$.

4.Векторы $\overline{a_1}$ $\overline{a_2}$ $\overline{a_3}$ образуют базис трехмерного пространства. Найти координаты вектора $\bar{b}$ в этом базисе, если:

$$\overline{a_1}(n;m;n+1)$$
$$\overline{a_2}(m-1;n;n-1)$$
$$\overline{a_3}(-n;-m;m)$$
$$\bar{b}(-2n;-m;3m)$$

5. Выполнить действия с матрицами:

а) $2 \bullet \begin{pmatrix} m-n & n \\ 2 & 0 \\ m+n & -m \end{pmatrix} - 3 \bullet \begin{pmatrix} 2m & 1 \\ n & -m \\ 2 & n \end{pmatrix}$

б) $\begin{pmatrix} 1 & m & n+1 \\ 0 & 2n & -2 \\ 3 & 1 & m \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} m & 2 \\ -1 & n \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$

6. Вычислить определители:

а) $\begin{vmatrix} m+n & m & n \\ -n & m-n & -m \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}$

б) $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 1-1 & 1 \\ n-m & n & m & 2 \\ -2 & m+n & n & 3 \\ -m & 0 & -n & 4 \end{vmatrix}$

7. Решить систему уравнений:
а) методом Крамера;
б) с помощью обратной матрицы;
в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 2m + 3n - 1 \\ mx_1 + nx_2 + (m-n)x_3 = m^2 + n^2 - m + n \\ (m+n)x_1 + mx_2 + nx_3 = m^2 + 2mn - n \end{cases}$$

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Список основной литературы

Углирж Ю.Г. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов I курса факультета международного бизнеса, направление подготовки 080100 «Экономика»/ Углирж Ю.Г.— Электрон. текстовые данные.— Омск: Омский государственный университет, 2013.— 148 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/24895.— ЭБС «IPRbooks».

Список дополнительной литературы

1. Березина Н.А. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Березина Н.А.— Электрон. текстовые данные.— Саратов: Научная книга, 2012.— 126 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/6293.— ЭБС «IPRbooks».

2. Геворкян П.С. Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]/ Геворкян П.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011.— 205 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/24671.— ЭБС «IPRbooks».

3. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Опорный конспект. Антонов В.И. и др. - Проспект, 2011.

4. Энциклопедия линейной алгебры. Электронная система ЛИНЕАЛ. Воеводин В.В. СПб.: БХВ-Петербург, 2006.

5. Лакерник А.Р. Высшая математика. Краткий курс: учебное пособие. Логос, 2011.

6. Макаров С.И. Математика для экономистов: учебное пособие. КноРус, 2011.

7. Просветов Г. И. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: задачи и решения. - М., Альфа-Пресс,2009. - 208 с.

Программное обеспечение

Стандартное лицензионное программное обеспечение

Microsoft Office (Microsoft Word, Microsoft Excel, Microsoft PowerPoint, Microsoft Access) или свободный пакет офисных приложений OpenOffice.org;

Специальное лицензионное программное обеспечение

Не используется.

Информационно-поисковые системы
Электронно-библиотечная система «IPRbooks».
Интернет-библиотека «Математическое образование» http://www.mathedu.ru.

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебная аудитория № 932

Перечень основного оборудования:
– учебное оборудование: доска меловая, учебные столы, стулья, стол для преподавателя, мягкий стул, учебно-наглядные пособия;
– технические средства обучения: персональный компьютер с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации, к электронно-библиотечной системе; телевизор.
Выделены учебные места для обучающихся с ОВЗ.

Перечень учебно-наглядных пособий:
Учебные стенды.

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:
Операционная система Windows 10 home edition
MS Office Online
Интернет-браузер Google Chrome

Аудитория для самостоятельной работы № 906

Перечень основного оборудования:
– учебное оборудование: учебные столы, стулья, стол для работы с печатными изданиями, стеллажи для печатных изданий.
– технические средства обучения: ноутбуки с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации, к Электронной библиотечной системе.
Выделены учебные места для обучающихся с ОВЗ.

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:
Операционная система Windows 10 home edition
MS Office Online
Интернет-браузер Google Chrome
Справочная правовая система (СПС) КонсультантПлюс

Место нахождения:
614002, Пермский край, г. Пермь, Свердловский район, ул. Чернышевского, д. 28.